Musterlösungen: Definitionsbereich von Bruchtermen

Aufgabe 0001
Wie lautet der Definitionsbereich des Bruchterms $\frac{3x-7}{4}$?

Aufgabe 0002
Welchen Definitionsbereich hat der Bruch $\frac{3x(x+7)}{x-4}$?

Aufgabe 0003
Passt der Definitonsbereich $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-8; 7\}$ zu dem Term $\frac{2}{(x+8)(x-7)}$?

Aufgabe 0004
Es ist der Definitionsbereich des Bruches $\frac{10x-48}{x^4+2}$ anzugeben.

Aufgabe 0005
Wie heißt der Definitionsbereich des Bruches $\frac{14+4x}{12x-18}$?

Aufgabe 0006
Ist die Aussage, dass der Term $\frac{-x+69}{x^2-289}$ für zwei Werte nicht definiert ist, korrekt?

Aufgabe 0007
Gegeben ist der Term $\frac{12}{x-1}$. $G = \mathbb{Z}^+$. Warum ist der Term für die Werte $0; 1$ nicht definiert?

Aufgabe 0008
Wie groß ist der Definitionsbereich des Bruches $\frac{3(x+8)}{x-6}$?

Aufgabe 0009
Es ist der Definitionsbereich des Terms $\frac{15}{-9-y}$ unter der Voraussetzung zu bestimmen, dass der Wert des Terms stets positiv sein muss.

Aufgabe 0010
Wie groß ist der Definitionsbereich des Terms $\frac{38u}{(2+u)(3u-24)}$?

Navigation

Aufgabenübersicht: Klick auf die Aufgabenboxen führt zu den zugehörigen Musterlösungen
Musterlösungen: Klick auf die Aufgabenbox führt zur Aufgabenübersicht

Musterlösung: Definitionsbereich von Bruchtermen

Aufgabe 0001

Wie lautet der Definitionsbereich des Bruchterms $\frac{3x-7}{4}$?

Lösung

- **Lösungsstrategie**
  - Ausschlusskriterien für den Definitionsbereich

    Bei Brüchen darf der Wert des Nenners nicht Null ergeben, da Brüche hierfür nicht definiert sind.

    Außerdem kann der Definitionsbereich durch die Aufgabenstellung eingeschränkt sein.
  - Rechnung

    Der Nenner wird gleich Null gesetzt und die Gleichung nach der (den) Variablen aufgelöst um zu ermitteln, ob es für die Variable(n) Einsetzungen gibt, die den Wert des Nenners auf Null setzen.
  - Festlegen eines geeigneten Definitionsbereichs

    Nachdem man ggf. die Elemente ausgeschlossen hat, für die der Bruchterm nicht definiert ist, legt man einen möglichst großen Definitionsbereich fest.
- **Ausschlusskriterien für den Definitionsbereich**
  - Der Nenner darf nicht den Wert Null haben.
  - Kein Ausschlusskriterium in der Aufgabenstellung.
- **Rechnung**

  Für welchen x-Wert hat der Nenner den Wert Null?

  $$4 \neq 0 \quad \text{für alle } x$$
- **Festlegen eines geeigneten Definitionsbereichs**

  Da es keine Einschränkungen des Definitionsbereichs gibt, wird als Definitionsbereich die Menge der rationalen Zahlen gewählt.

Ergebnis

$\mathbb{D} = \mathbb{Q}$

Musterlösung: Definitionsbereich von Bruchtermen

Aufgabe 0002

Welchen Definitionsbereich hat der Bruch $\frac{3x(x+7)}{x-4}$?

Lösung

- **Lösungsstrategie**
  - Ausschlusskriterien für den Definitionsbereich

    Bei Brüchen darf der Wert des Nenners nicht Null ergeben, da Brüche hierfür nicht definiert sind.

    Außerdem kann der Definitionsbereich durch die Aufgabenstellung eingeschränkt sein.
  - Rechnung

    Der Nenner wird gleich Null gesetzt und die Gleichung nach der (den) Variablen aufgelöst um zu ermitteln, ob es für die Variable(n) Einsetzungen gibt, die den Wert des Nenners auf Null setzen.
  - Festlegen eines geeigneten Definitionsbereichs

    Nachdem man ggf. die Elemente ausgeschlossen hat, für die der Bruchterm nicht definiert ist, legt man einen möglichst großen Definitionsbereich fest.
- **Ausschlusskriterien für den Definitionsbereich**
  - Der Nenner darf nicht den Wert Null haben.
  - Kein Ausschlusskriterium in der Aufgabenstellung.
- **Rechnung**

  Für welchen x-Wert hat der Nenner den Wert Null?

$$\begin{aligned} x-4 &= 0 \quad | +4 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

- **Festlegen eines geeigneten Definitionsbereichs**

  Wegen der oben errechneten Einschränkung wird als Definitionsbereich die Menge der rationalen Zahlen ohne das Element 4 gewählt.

Ergebnis

$\mathbb{D} = \mathbb{Q} \backslash \{4\}$

Musterlösung: Definitionsbereich von Bruchtermen

Aufgabe 0003

Passt der Definitonsbereich $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\backslash\{-8; 7\}$ zu dem Term $\frac{2}{(x+8)(x-7)}$?

Lösung

- **Lösungsstrategie**
  - Ausschlusskriterien für den Definitionsbereich

    Bei Brüchen darf der Wert des Nenners nicht Null ergeben, da Brüche hierfür nicht definiert sind.

    Außerdem kann der Definitionsbereich durch die Aufgabenstellung eingeschränkt sein.
  - Rechnung

    Der Nenner wird gleich Null gesetzt und die Gleichung nach der (den) Variablen aufgelöst um zu ermitteln, ob es für die Variable(n) Einsetzungen gibt, die den Wert des Nenners auf Null setzen.
  - Festlegen eines geeigneten Definitionsbereichs

    Nachdem man ggf. die Elemente ausgeschlossen hat, für die der Bruchterm nicht definiert ist, legt man einen möglichst großen Definitionsbereich fest.
- **Ausschlusskriterien für den Definitionsbereich**
  - Der Nenner darf nicht den Wert Null haben.
  - Kein Ausschlusskriterium in der Aufgabenstellung.
- **Rechnung**

  Für welche x-Werte hat der Nenner den Wert Null?

  Ein Produkt hat den Wert Null, wenn mindestens einer der Faktoren den Wert Null hat. Deshalb werden die Faktoren des Nennerterms einzeln gleich Null gesetzt:

$$\begin{aligned} \text{1.Faktor: } x+8 &= 0 \quad \mid -8 \\ x_1 &= -8 \\ \text{2.Faktor: } x-7 &= 0 \quad \mid +7 \\ x_2 &= 7 \end{aligned}$$

- **Festlegen eines geeigneten Definitionsbereichs**

  Wegen der oben errechneten Einschränkungen wird als Definitionsbereich wird die Menge der rationalen Zahlen ohne die Elemente -8 und 7 gewählt.

Ergebnis

$\mathbb{D} = \mathbb{Q}\backslash\{-8; 7\}$. Der in der Aufgabenstellung angegebene Definitionsbereich passt also.

Musterlösung: Definitionsbereich von Bruchtermen

Aufgabe 0004

Es ist der Definitionsbereich des Bruches $\frac{10x-48}{x^4+2}$ anzugeben.

Lösung

- **Lösungsstrategie**
  - Ausschlusskriterien für den Definitionsbereich

    Bei Brüchen darf der Wert des Nenners nicht Null ergeben, da Brüche hierfür nicht definiert sind.

    Außerdem kann der Definitionsbereich durch die Aufgabenstellung eingeschränkt sein.
  - Rechnung

    Der Nenner wird gleich Null gesetzt und die Gleichung nach der (den) Variablen aufgelöst um zu ermitteln, ob es für die Variable(n) Einsetzungen gibt, die den Wert des Nenners auf Null setzen.
  - Festlegen eines geeigneten Definitionsbereichs

    Nachdem man ggf. die Elemente ausgeschlossen hat, für die der Bruchterm nicht definiert ist, legt man einen möglichst großen Definitionsbereich fest.
- **Ausschlusskriterien für den Definitionsbereich**
  - Der Nenner darf nicht den Wert Null haben.
  - Kein Ausschlusskriterium in der Aufgabenstellung.
- **Rechnung**

  Für welche x-Werte hat der Nenner den Wert Null?

$$\begin{aligned} x^4+2 &= 0 \quad | -2 \\ x^4 &= -2 \quad | \sqrt[4]{} \\ \sqrt[4]{x^4} &= \emptyset \end{aligned}$$

- **Festlegen eines geeigneten Definitionsbereichs**

  Da es keine Einschränkungen des Definitionsbereichs gibt, wird als Definitionsbereich die Menge der rationalen Zahlen gewählt.

Ergebnis

$\mathbb{D} = \mathbb{Q}$

Musterlösung: Definitionsbereich von Bruchtermen

Aufgabe 0005

Wie heißt der Definitionsbereich des Bruches $\frac{14+4x}{12x-18}$?

Lösung

- **Lösungsstrategie**
  - Ausschlusskriterien für den Definitionsbereich

    Bei Brüchen darf der Wert des Nenners nicht Null ergeben, da Brüche hierfür nicht definiert sind.

    Außerdem kann der Definitionsbereich durch die Aufgabenstellung eingeschränkt sein.
  - Rechnung

    Der Nenner wird gleich Null gesetzt und die Gleichung nach der (den) Variablen aufgelöst um zu ermitteln, ob es für die Variable(n) Einsetzungen gibt, die den Wert des Nenners auf Null setzen.
  - Festlegen eines geeigneten Definitionsbereichs

    Nachdem man ggf. die Elemente ausgeschlossen hat, für die der Bruchterm nicht definiert ist, legt man einen möglichst großen Definitionsbereich fest.
- **Ausschlusskriterien für den Definitionsbereich**
  - Der Nenner darf nicht den Wert Null haben.
  - Kein Ausschlusskriterium in der Aufgabenstellung.
- **Rechnung**

  Für welchen x-Wert hat der Nenner den Wert Null?

$$\begin{aligned} 12x - 18 &= 0 \quad \mid +18 \\ 12x &= 18 \mid :12 \\ x &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

- **Festlegen eines geeigneten Definitionsbereichs**

  Wegen der oben errechneten Einschränkung wird als Definitionsbereich die Menge der rationalen Zahlen ohne das Element $\frac{3}{2}$ gewählt.

Ergebnis

$\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$

Musterlösung: Definitionsbereich von Bruchtermen

Aufgabe 0006

Ist die Aussage, dass der Term $\frac{-x+69}{x^2-289}$ für zwei Werte nicht definiert ist, korrekt?

Lösung

- **Lösungsstrategie**
  - Ausschlusskriterien für den Definitionsbereich

    Bei Brüchen darf der Wert des Nenners nicht Null ergeben, da Brüche hierfür nicht definiert sind.

    Außerdem kann der Definitionsbereich durch die Aufgabenstellung eingeschränkt sein.
  - Rechnung

    Der Nenner wird gleich Null gesetzt und die Gleichung nach der (den) Variablen aufgelöst um zu ermitteln, ob es für die Variable(n) Einsetzungen gibt, die den Wert des Nenners auf Null setzen.
  - Festlegen eines geeigneten Definitionsbereichs

    Nachdem man ggf. die Elemente ausgeschlossen hat, für die der Bruchterm nicht definiert ist, legt man einen möglichst großen Definitionsbereich fest.
- **Ausschlusskriterien für den Definitionsbereich**
  - Der Nenner darf nicht den Wert Null haben.
  - Kein Ausschlusskriterium in der Aufgabenstellung.
- **Rechnung**

  Für welche x-Werte hat der Nenner den Wert Null?

$$\begin{aligned} x^2 - 289 &= 0 \quad | +289 \\ x^2 &= 4 \quad | \sqrt{} \\ x_1 &= 17 \\ x_2 &= -17 \end{aligned}$$

- **Festlegen eines geeigneten Definitionsbereichs**

  Wegen der oben errechneten Einschränkungen wird als Definitionsbereich die Menge der rationalen Zahlen ohne die Elemente -17 und 17 gewählt.

Ergebnis

$\mathbb{D} = \mathbb{Q} \backslash \{-17; 17\}$. Die Aussage in der Aufgabenstellung ist also korrekt.

Musterlösung: Definitionsbereich von Bruchtermen

Aufgabe 0007

Gegeben ist der Term $\frac{12}{x-1}$. $G = \mathbb{Z}^+$. Warum ist der Term für die Werte $0; 1$ nicht definiert?

Lösung

- **Lösungsstrategie**
  - Ausschlusskriterien für den Definitionsbereich

    Bei Brüchen darf der Wert des Nenners nicht Null ergeben, da Brüche hierfür nicht definiert sind.

    Außerdem kann der Definitionsbereich durch die Aufgabenstellung eingeschränkt sein.
  - Rechnung

    Der Nenner wird gleich Null gesetzt und die Gleichung nach der (den) Variablen aufgelöst um zu ermitteln, ob es für die Variable(n) Einsetzungen gibt, die den Wert des Nenners auf Null setzen.
  - Festlegen eines geeigneten Definitionsbereichs

    Nachdem man ggf. die Elemente ausgeschlossen hat, für die der Bruchterm nicht definiert ist, legt man einen möglichst großen Definitionsbereich fest.
- **Ausschlusskriterien für den Definitionsbereich**
  - Der Nenner darf nicht den Wert Null haben.
  - Die in der Aufgabenstellung gegebene Grundmenge $\mathbb{Z}^+$ schließt den Wert 0 nicht mit ein.
- **Rechnung**

  Für welchen x-Wert hat der Nenner den Wert Null?

$$\begin{aligned} x - 1 &= 0 \quad | +1 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

- **Festlegen eines geeigneten Definitionsbereichs**

  Wegen der oben bestimmten Einschränkungen wird als Definitionsbereich die Menge der positiven ganzen Zahlen ohne die Elemente $0; 1$ gewählt.

Ergebnis

$\mathbb{D} = \mathbb{Z}^+ \backslash \{0; 1\}$

Musterlösung: Definitionsbereich von Bruchtermen

Aufgabe 0008

Wie groß ist der Definitionsbereich des Bruches $\frac{3(x+8)}{x-6}$?

Lösung

- **Lösungsstrategie**
  - Ausschlusskriterien für den Definitionsbereich

    Bei Brüchen darf der Wert des Nenners nicht Null ergeben, da Brüche hierfür nicht definiert sind.

    Außerdem kann der Definitionsbereich durch die Aufgabenstellung eingeschränkt sein.
  - Rechnung

    Der Nenner wird gleich Null gesetzt und die Gleichung nach der (den) Variablen aufgelöst um zu ermitteln, ob es für die Variable(n) Einsetzungen gibt, die den Wert des Nenners auf Null setzen.
  - Festlegen eines geeigneten Definitionsbereichs

    Nachdem man ggf. die Elemente ausgeschlossen hat, für die der Bruchterm nicht definiert ist, legt man einen möglichst großen Definitionsbereich fest.
- **Ausschlusskriterien für den Definitionsbereich**
  - Der Nenner darf nicht den Wert Null haben.
  - Kein Ausschlusskriterium in der Aufgabenstellung.
- **Rechnung**

  Für welchen x-Wert hat der Nenner den Wert Null?

$$\begin{aligned} x-6 &= 0 \mid +6 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

- **Festlegen eines geeigneten Definitionsbereichs**

  Wegen der oben errechneten Einschränkung wird als Definitionsbereich die Menge der rationalen Zahlen ohne das Element 6 gewählt.

Ergebnis

$\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{6\}$

Musterlösung: Definitionsbereich von Bruchtermen

Aufgabe 0009

Es ist der Definitionsbereich des Terms $\frac{15}{-9-y}$ unter der Voraussetzung zu bestimmen, dass der Wert des Terms stets positiv sein muss.

Lösung

- **Lösungsstrategie**
  - Ausschlusskriterien für den Definitionsbereich

    Bei Brüchen darf der Wert des Nenners nicht Null ergeben, da Brüche hierfür nicht definiert sind.

    Außerdem kann der Definitionsbereich durch die Aufgabenstellung eingeschränkt sein.
  - Rechnung

    Der Nenner wird gleich Null gesetzt und die Gleichung nach der (den) Variablen aufgelöst um zu ermitteln, ob es für die Variable(n) Einsetzungen gibt, die den Wert des Nenners auf Null setzen.
  - Festlegen eines geeigneten Definitionsbereichs

    Nachdem man ggf. die Elemente ausgeschlossen hat, für die der Bruchterm nicht definiert ist, legt man einen möglichst großen Definitionsbereich fest.
- **Ausschlusskriterien für den Definitionsbereich**
  - Der Nenner darf nicht den Wert Null haben.
  - Kein Ausschlusskriterium in der Aufgabenstellung.
- **Rechnung**

  Der Nenner darf nicht den Wert Null haben und der Wert des gesamten Terms muss stets positiv sein:

  Hierzu genügt es, dass der Nenner größer Null ist; der Zähler ist ja positiv:

$$\begin{aligned} -9-y &> 0 \quad | +9 \\ -y &> 9 \quad | \cdot(-1) \\ y &< -9 \end{aligned}$$

- **Festlegen eines geeigneten Definitionsbereichs**

  Wegen der oben errechneten Einschränkung wird als Definionsbereich die Menge aller rationalen Zahlen, die kleiner als -9 sind, gewählt.

Ergebnis

$\mathbb{D} = \{\mathbb{Q} \,|\, x < -9\}$

Musterlösung: Definitionsbereich von Bruchtermen

Aufgabe 0010

Wie groß ist der Definitionsbereich des Terms $\frac{38u}{(2+u)(3u-24)}$?

Lösung

- **Lösungsstrategie**
  - Ausschlusskriterien für den Definitionsbereich

    Bei Brüchen darf der Wert des Nenners nicht Null ergeben, da Brüche hierfür nicht definiert sind.

    Außerdem kann der Definitionsbereich durch die Aufgabenstellung eingeschränkt sein.
  - Rechnung

    Der Nenner wird gleich Null gesetzt und die Gleichung nach der (den) Variablen aufgelöst um zu ermitteln, ob es für die Variable(n) Einsetzungen gibt, die den Wert des Nenners auf Null setzen.
  - Festlegen eines geeigneten Definitionsbereichs

    Nachdem man ggf. die Elemente ausgeschlossen hat, für die der Bruchterm nicht definiert ist, legt man einen möglichst großen Definitionsbereich fest.
- **Ausschlusskriterien für den Definitionsbereich**
  - Der Nenner darf nicht den Wert Null haben.
  - Kein Ausschlusskriterium in der Aufgabenstellung.
- **Rechnung**

  Ein Produkt hat den Wert Null, wenn mindestens einer der Faktoren den Wert Null hat. Daeshlab werden die Faktoren des Nennerterms einzeln gelich Null gesetzt:

$$\begin{aligned} \text{1. Faktor:}\quad 2+u &= 0 \quad | -2 \\ u_1 &= -2 \\ \text{2. Faktor:}\quad 3u-24 &= 0 \quad | +24 \\ 3u &= 24 \quad | :3 \\ u_2 &= 8 \end{aligned}$$

- **Festlegen eines geeigneten Definitionsbereichs**

  Wegen der oben errechneten Einschränkungen wird als Definitinsbereich die Menge der rationalen Zahlen ohne die Elemente -2 und 8 gewählt.

Ergebnis

$\mathbb{D} = \mathbb{Q}\setminus\{-2; 8\}$. Der in der Aufgabenstellung angegebene Definitionsbereich passt also.